

---

# Estimación de la gravedad mediante métodos experimentales.

*Padilla Robles Emiliano, González Amador María  
Fernanda, Cabrera Segoviano Diego* †UMDI-Juriquilla, UNAM

---

**E**n esta práctica se utilizarán conocimientos de cinemática para encontrar el valor de la aceleración gravitacional, por medio de dos experimentos diferentes, uno que involucra la caída libre y el otro involucra un péndulo, además, se estimará la confianza y validez de los resultados

# 1. Introducción

Se utilizarán dos experimentos diferentes para estimar el valor de la gravedad, definiendo así cual es el método más efectivo y el que tenga un margen de error menor.

En el experimento 1 se utilizará la caída libre como método para determinar la gravedad, midiendo el tiempo de caída, la altura de donde se deja caer el objeto y la masa de éste. Se utilizará la fórmula:

$$h = (1/2)gt^2 \quad (1)$$

La cual, despejando a la gravedad, resulta en:

$$g = 2h/t^2 \quad (2)$$

Utilizando esta fórmula para encontrar la gravedad, se realizarán varias repeticiones de caídas libres, con diferentes alturas (3 alturas diferentes). Éste proceso se realizará con 2 pelotas diferentes para ver si existe alguna diferencia por usar diferentes masas. Los resultados obtenidos se promediarán y se espera obtener una aceleración similar a la gravedad.

En el experimento 2 se utilizará un péndulo y se usará la fórmula:

$$t = 2\pi(\sqrt{l/g}) \quad (3)$$

En la que se despeja la gravedad, resultando en:

$$g = (4\pi^2 l)/t^2 \quad (4)$$

Para el péndulo se utiliza una masa colgada de un punto fijo con una cuerda de longitud conocida, se usarán longitudes diferentes de la cuerda para ver si afecta al valor resultante de la gravedad. La masa se dejará caer a un cierto ángulo con la vertical y se contará el tiempo que dura el péndulo en hacer un número de oscilaciones. Al final los resultados se promediarán al igual que en el experimento 1, esperando obtener una aceleración igual a la gravedad.

## 2. Marco teórico

### GRAVEDAD:

El valor de la gravedad en la superficie de un planeta viene caracterizado por su masa y radio. La podemos calcular utilizando la ley de interacción gravitatoria de Newton, que indica que la fuerza sobre un cuerpo de masa  $m$ , en la superficie de un planeta de masa  $M$  y radio  $R$  vendrá dada por:

$$\frac{mMG}{R^2} = g \quad (5)$$

donde  $G = 6,6710 - 11Nm^2/kg^2$  es la constante de gravitación universal. Esta fuerza supondrá una aceleración en el cuerpo, cuyo valor vendrá dado por:  $F = (a)(m)$  que resulta ser la aceleración de la gravedad.

### CADA LIBRE:

Es el movimiento de un cuerpo bajo la acción exclusiva de un campo gravitatorio. Esta definición formal excluye a todas las caídas reales influenciadas en mayor o menor medida por la resistencia aerodinámica del aire, así como a cualquier otra que tenga lugar en el *sen* de un fluido, aunque los efectos de la viscosidad del medio no sean por lo general despreciables, sin embargo en condiciones ideales, la aceleración que adquiriría el cuerpo sería debida exclusivamente a la gravedad, siendo independiente de su masa; por ejemplo, si dejáramos caer una bala de caón y una pluma en el vacío, ambos adquirirían la misma aceleración,  $g$ , que es la aceleración de la gravedad.

### PÉNDULO SIMPLE:

También llamado péndulo matemático o péndulo ideal, es un sistema idealizado constituido por una partícula de masa  $m$  que está suspendida de un punto fijo o mediante un hilo inextensible y sin peso. Naturalmente es imposible la realización práctica de un péndulo simple, pero si es accesible a la teoría. Si consideramos tan sólo oscilaciones de pequeña amplitud, de modo que el ángulo sea siempre suficientemente pequeño, entonces el valor del *sen* $\theta$  será muy próximo al valor de  $\theta$  expresado en radianes (*sen* $\theta = \theta$ , para  $\theta$  suficientemente pequeño), entonces la ec. dif. del movimiento se reduce a:

$$(L)(\theta) + (g\theta) = 0 \quad (6)$$

Que es idéntica a la ec. dif. correspondiente al movimiento angular en lugar de al movimiento rectilíneo, cuya solución es:

$$\Theta \sin(\omega t + \phi) = \theta \quad (7)$$

Siendo  $\omega$  la frecuencia angular de las oscilaciones, a partir de la cual se determina el período de las mismas:

$$\omega = \sqrt{\frac{g}{l}} \quad (8)$$

por lo tanto:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g}} \quad (9)$$

### 3. Desarrollo experimental

Se sabe que el método de la caída libre usado en el experimento 1 es menos efectivo comparado con el método del péndulo usado en el experimento dos, por lo que el resultado de la aceleración obtenida debe diferir de la aceleración de la gravedad por una mayor cantidad que el resultado obtenido en el experimento 2.

#### EXPERIMENTO 1

Como ya se mencionó, en el experimento 1 se utilizó la caída libre como método para determinar la gravedad, midiendo el tiempo de caída, la altura de donde se deja caer el objeto y la masa de éste. Se utilizó la fórmula  $h = (1/2)gt^2$  (1) y se despejó  $g$ , resultando en  $g = 2h/t^2$  (2) (2). Utilizando esta fórmula para encontrar la gravedad, realizamos 450 repeticiones de caídas libres (150 repeticiones por cada una de las 3 alturas utilizadas) para que los datos fueran más precisos, ya que usando pocos datos los resultados hubieran sido menos acertados. Este proceso se realizó con 2 pelotas diferentes, resultando en un total 900 repeticiones de cada libre para determinar la gravedad. Para obtener el margen de error de la gravedad, utilizamos derivadas parciales en la fórmula de la gravedad, resultando en la siguiente ecuación:

$$(\text{derivada parcial ec.}) \quad (10)$$

Al final se promediaron los 900 datos y se obtuvo una aceleración similar a la gravedad con un margen de error pequeño.

## EXPERIMENTO 2

Como ya ha sido mencionado con anterioridad, se utilizó un péndulo y la fórmula  $t = 2\pi\sqrt{l/g}$  (3), la cual, si se despeja la gravedad, resulta en  $g = (4\pi^2)/t^2$  (4). Para el péndulo se utilizó una masa colgada (plomada) de un punto fijo con una cuerda con una longitud conocida. Puesto a que el método se realizó con diferentes longitudes de cuerda, el procedimiento tuvo que ser utilizado al menos una vez por cada longitud de cuerda diferente. La masa usada se soltaba a una cierta inclinación con la vertical, la cual era decidida por el equipo, y se utilizó la misma masa para todas las repeticiones (Se hicieron varias repeticiones por cada longitud. También se midió el tiempo en que la masa daba una cierta cantidad de oscilaciones. Para encontrar la incertidumbre de la gravedad, se utilizó el mismo método que fue usado en el experimento 1, el cual es obtener la derivada parcial de la gravedad de la fórmula usada para realizar éste experimento (4). La derivada parcial de la gravedad en éste caso es:

$$\left(\frac{\partial g}{\partial l}\right) \quad (11)$$

## 4. Resultados

A continuación se presentan los datos recolectados por los siguientes equipos y se explican sus diferentes variaciones:

### CADA LIBRE

Equipo 1:

Diego Cabrera, Emiliano, María Fernanda

- Alturas: 0.98m, 2.6m, 1.45m
- Repeticiones por tiempo: 1
- Dt: 0.02s

- Datos por experimento: 300
- Datos totales: 900

Equipo 2:

Andrea, Gisela, Jessica

- Alturas: 1m, 1.5m
- Repeticiones por tiempo: 1
- Dt: 0.02s
- Datos por experimento: 200
- Datos totales: 400

PÉNDULO

Equipo 3:

Axel, Carolina, Ivonne

- Longitudes: 0.3m, 0.2m, 0.1m
- Repeticiones por tiempo: 1
- Dt: 0.02s
- Datos por experimento: 30
- Datos totales: 90

Equipo 4:

German, Juan, Marco, Miriam

- Longitudes: 0.75m, 0.5m, 0.25m
- Repeticiones por tiempo: 1
- Dt: 0.02s
- Datos por experimento: 30

- Datos totales: 90

Equipo 5:

Arturo, Bernardo, Diego H.

- Longitudes: 0.47m, 0.1m
- Repeticiones por tiempo: 1, 3 y 3, 5
- Dt: 0.02s, 0.006s y 0.006s, 0.004s
- Datos por experimento: 100
- Datos totales: 400

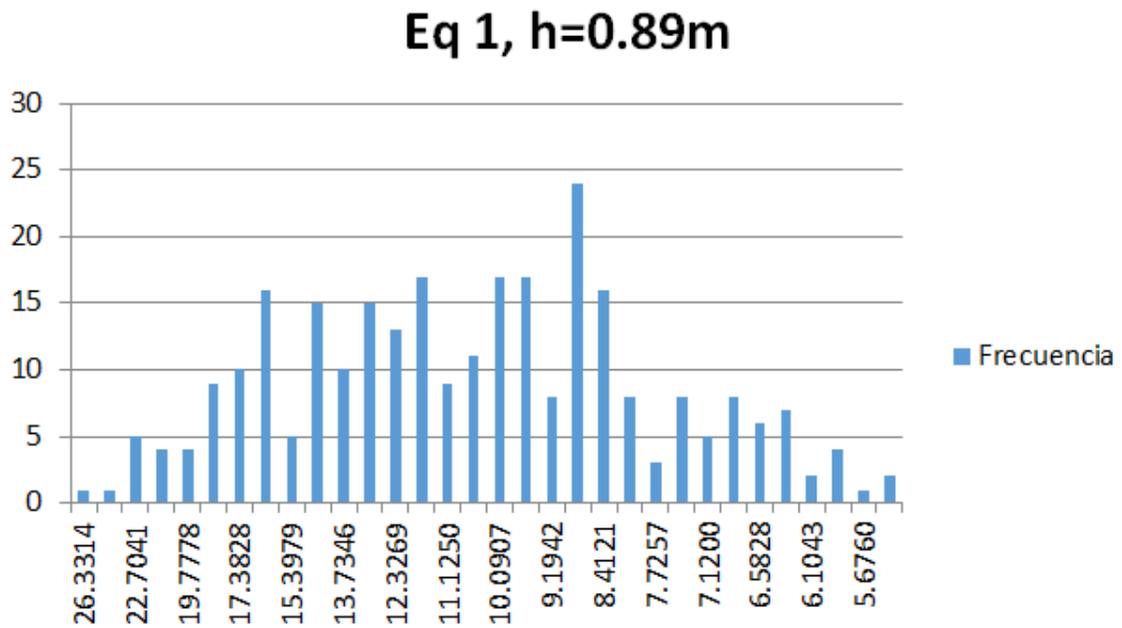


Figura 1: Gráfica de la gravedad con altura .89m. Equipo 1.

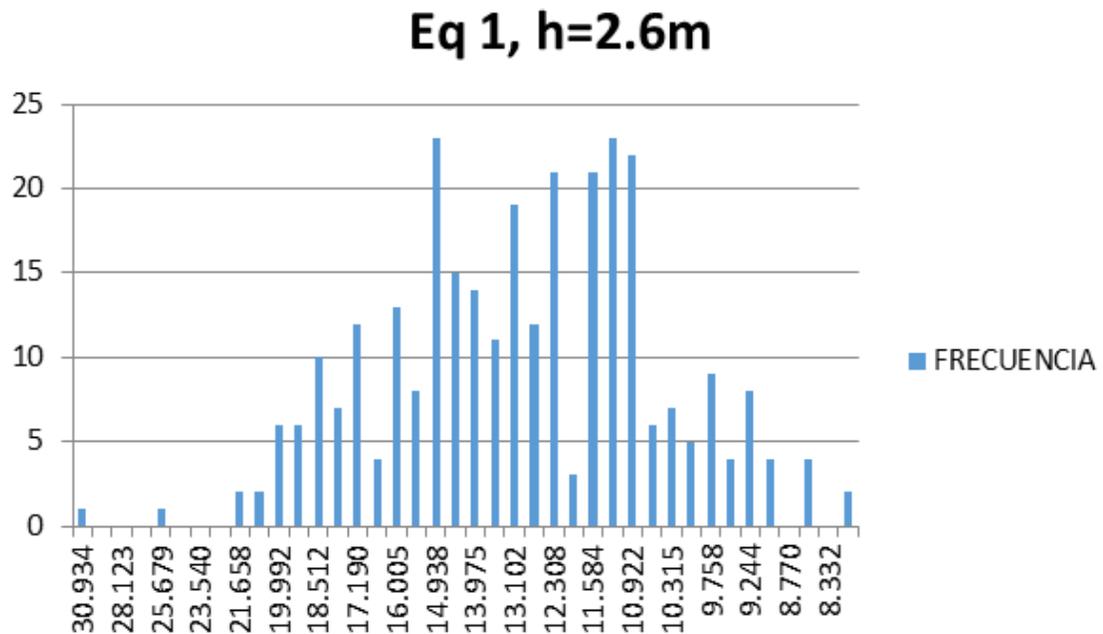
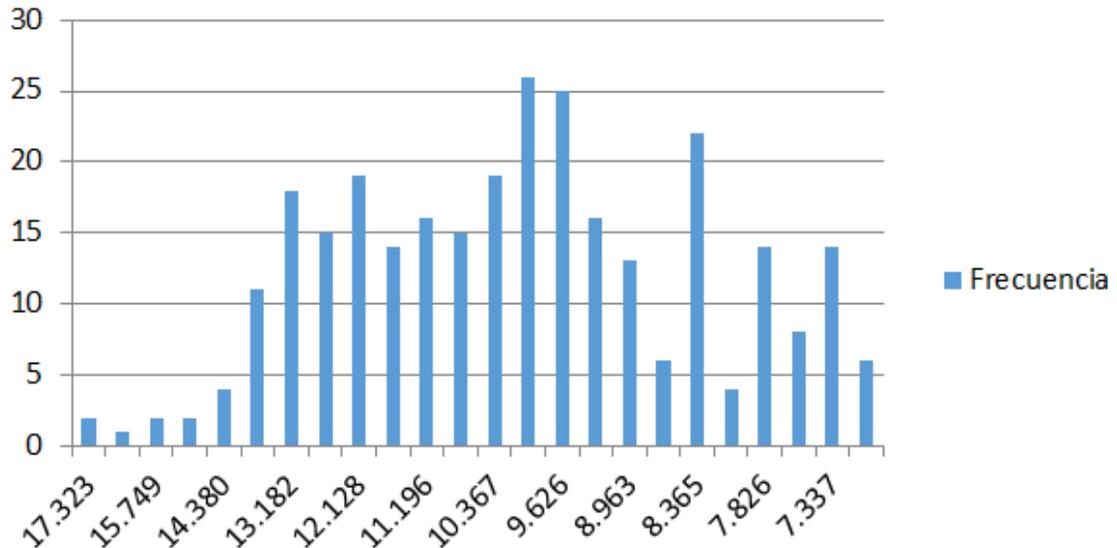


Figura 2: *Gráfica de la gravedad con altura 2.6m.Equipo 1.*

## 5. Discusiones

- Los equipos que presentan una mayor incertidumbre en sus datos son los de tiro libre, esto se atribuye a que por la superficie de las pelotas la viscosidad del aire juega un papel importante en la velocidad de caída, también a que como no se le agrego una fuerza en el lanzamiento para no intervenir con una velocidad inicial diferente de cero la pelota no generaba botes lo que evitaba que se pudiera disminuir el  $dt$  como se realizó en el experimento del péndulo simple, al tomar un tiempo por caída la variabilidad de los datos incrementa haciendo que se encuentre un mayor rango de tiempos experimentales, incrementando el valor de  $dg$ .
- La gráfica de gravedades nos muestra que los valores más cercanos a los reales se obtuvieron por el equipo 4, el cual logro la máxima disminución

## Eq 1, h=1.45m



**Figura 3:** *Gráfica de la gravedad con altura 1.45m.Equipo 1.*

de  $dt$ , sin embargo al observar su gráfica de forma particular no se encuentran comportamientos Gaussianos debido a que la muestra de datos que tomaron no era significativa e hicieron falta un mayor número de repeticiones.

- La gráfica del equipo 5 nos presenta un comportamiento interesante, debido a que se graficaron de manera separada el tiempo de cada 3, 1, y 5 oscilaciones además de la resultante y claramente nos muestra como los comportamientos de las gráficas incrementan su precisión y nos dan patrones más limpios cuando disminuimos nuestro  $dt$  (clara diferencia en la gráfica de  $l=0.47m$  comparando 3 a 5 oscilaciones) y aumentamos la cantidad de repeticiones.

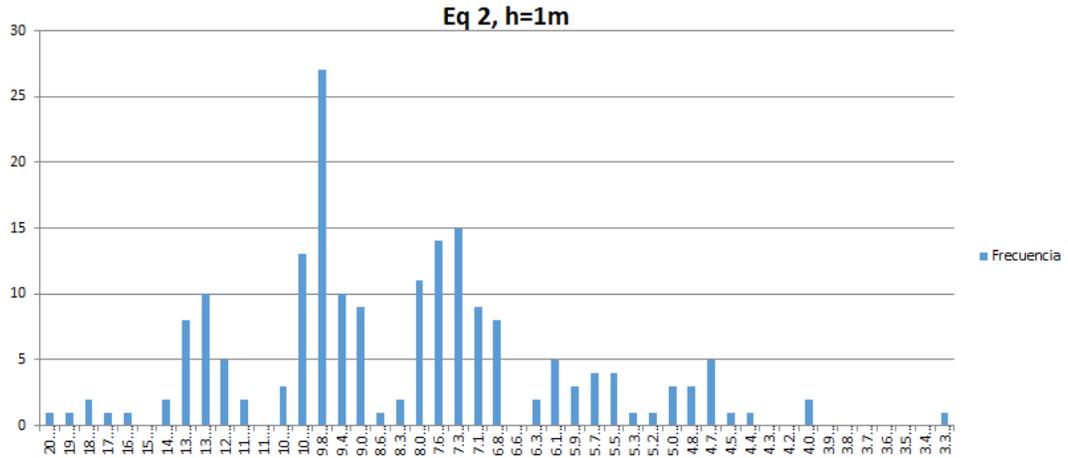
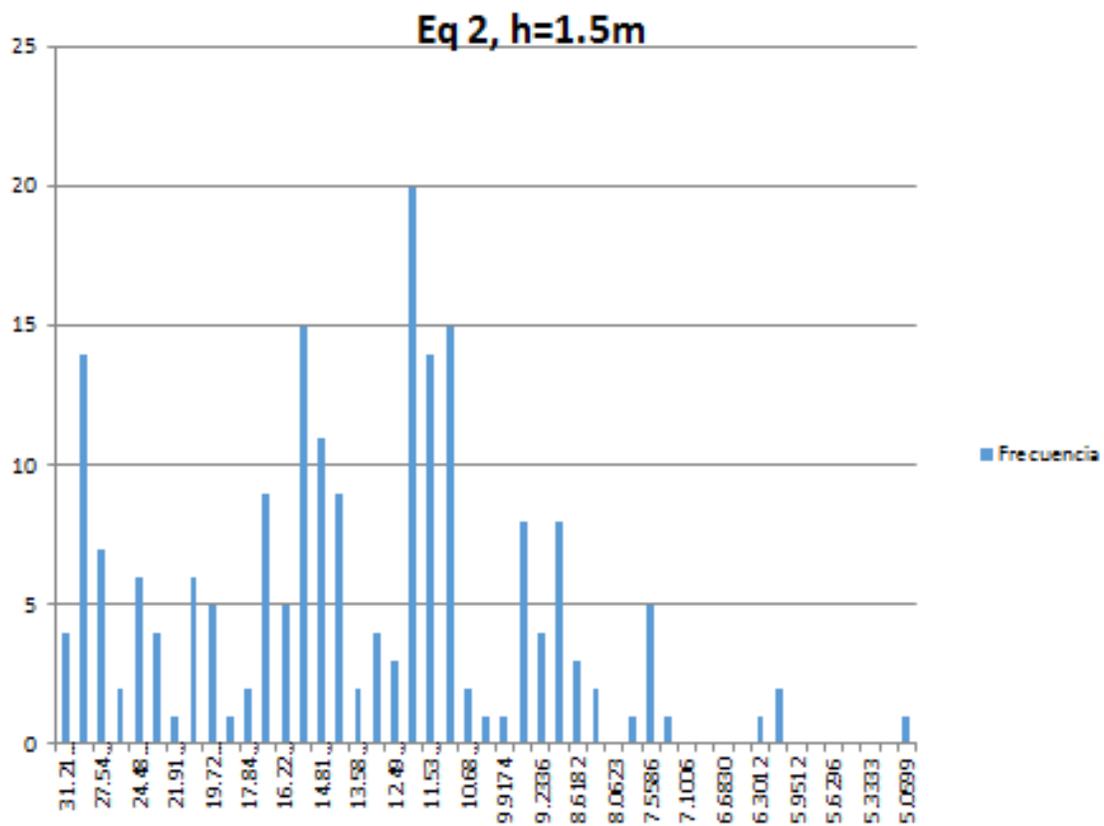


Figura 4: Gráfica de la gravedad con altura 1m. Equipo 2.

## 6. Conclusiones

El método del péndulo simple sin duda nos muestra una mayor precisión y aun así ambos experimentos tuvieron rangos de error muy elevados debido a lo simples que se presentan pues como sabemos de la segunda ley de Newton la masa por la aceleración es igual a la fuerza total, sin embargo sería incorrecto pensar que en dichos experimentos la fuerza de gravedad es la única involucrada, por lo que la aceleración encontrada no sería igual a nuestra  $g$  teórica. También es importante reconocer que en experimentos tan inexactos es necesario hacer un mayor número de pruebas y disminuir lo más posible nuestras diferenciales.



**Figura 5:** *Gráfica de la gravedad con altura 1.5m.Equipo 2.*

## Eq 3, l= 0.1m

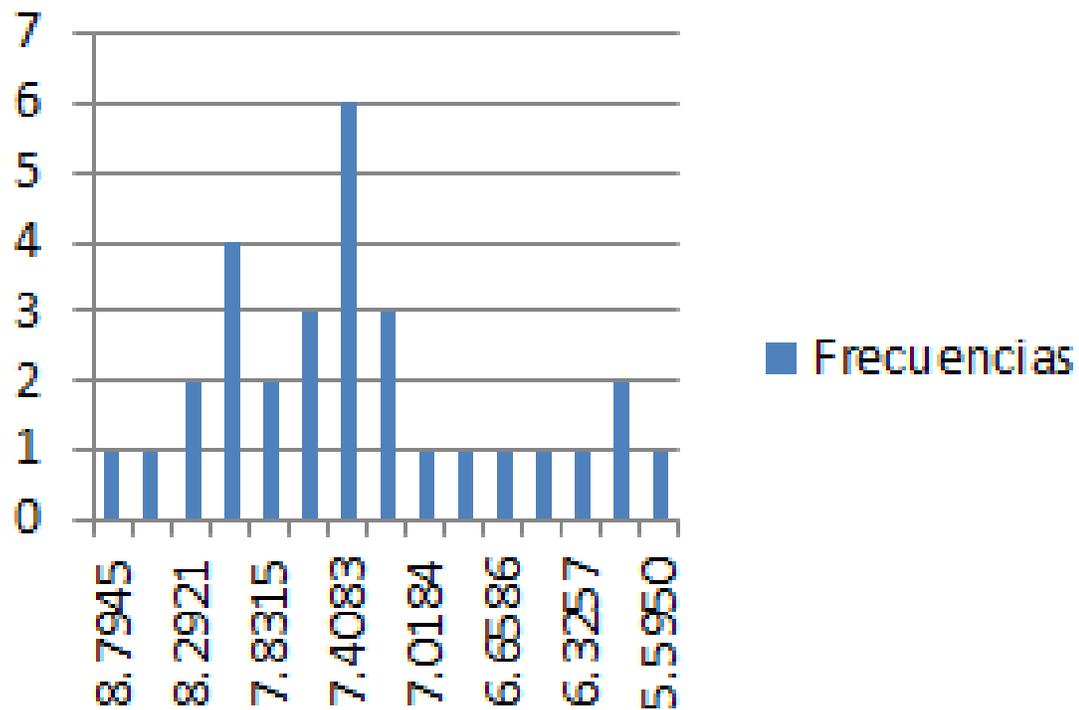


Figura 6: *Gráfica de la gravedad con hilo de longitud .1m.Equipo 3.*

## Eq 3, l= 0.2m

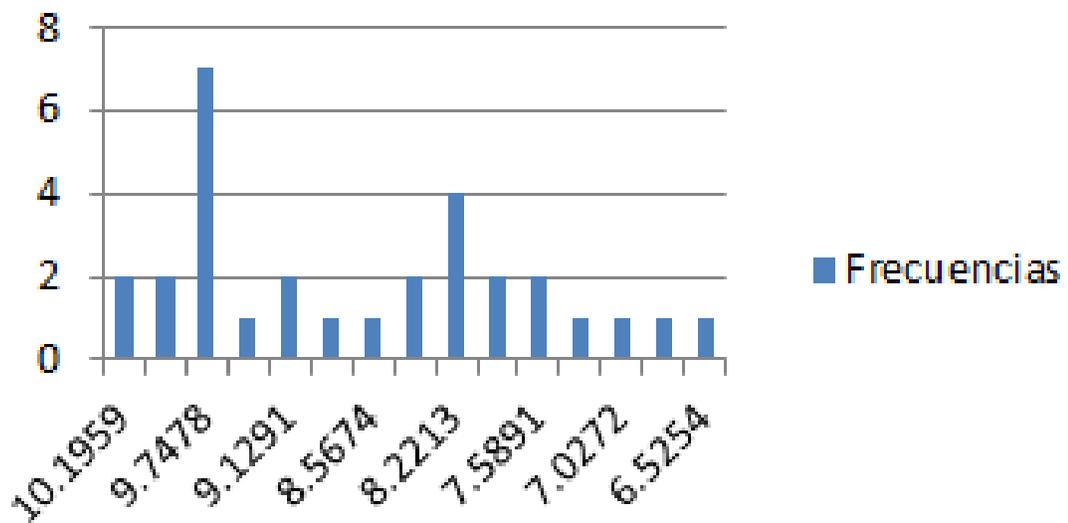


Figura 7: *Gráfica de la gravedad con hilo de longitud .2m.Equipo 3.*

## Eq 3, l= 0.3m

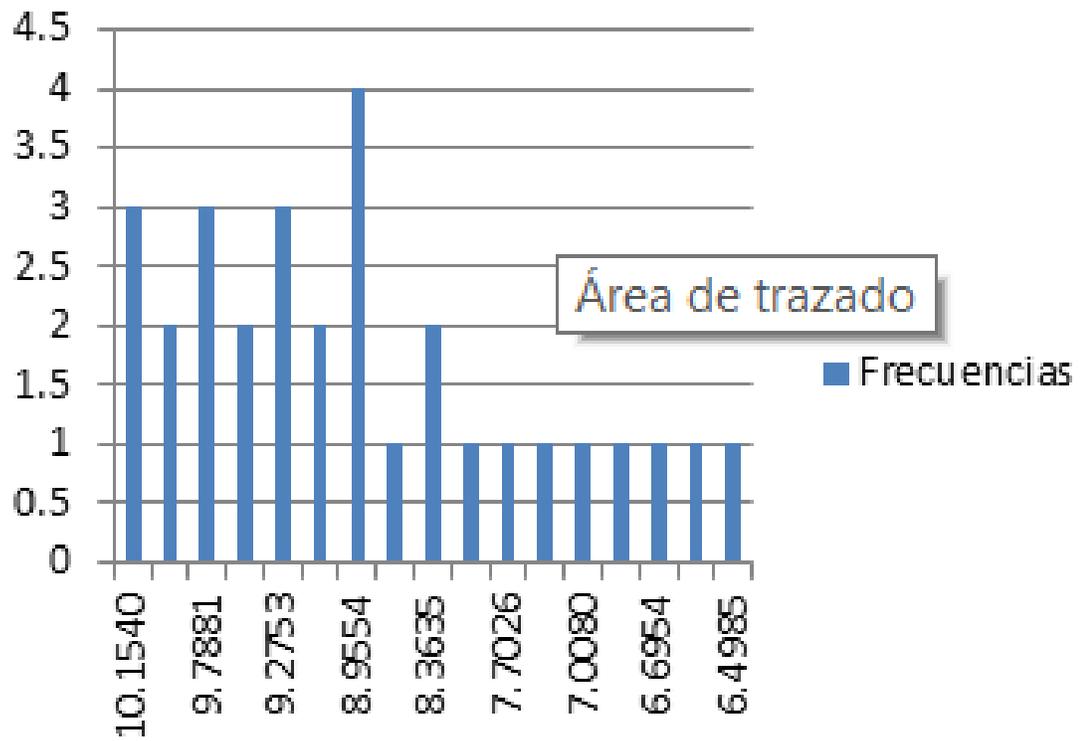


Figura 8: *Gráfica de la gravedad con hilo de longitud .3m.Equipo 3.*

### Eq 4, l=0.25m

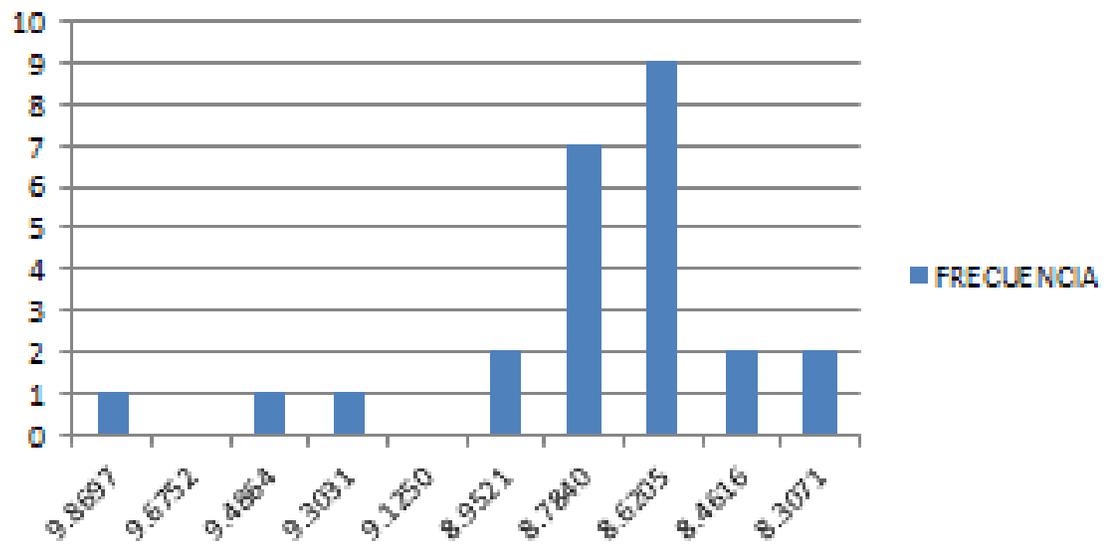


Figura 9: Gráfica de la gravedad con hilo de longitud .25m.Equipo 4.

### Eq 4, l=0.5m

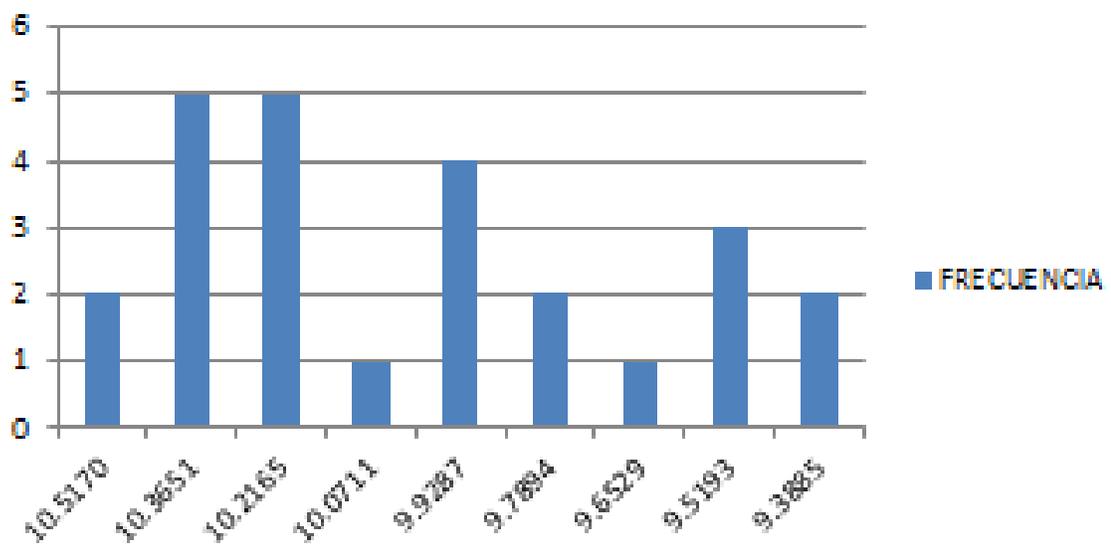


Figura 10: *Gráfica de la gravedad con hilo de longitud .5m.Equipo 4.*

### Eq 4, l=0.75m

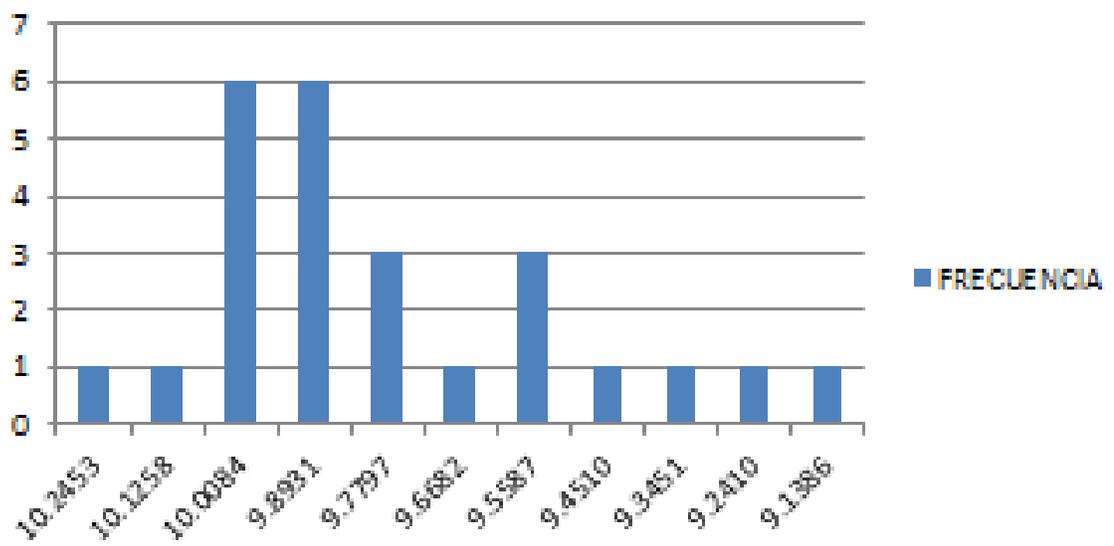


Figura 11: *Gráfica de la gravedad con hilo de longitud .75m.Equipo 4.*

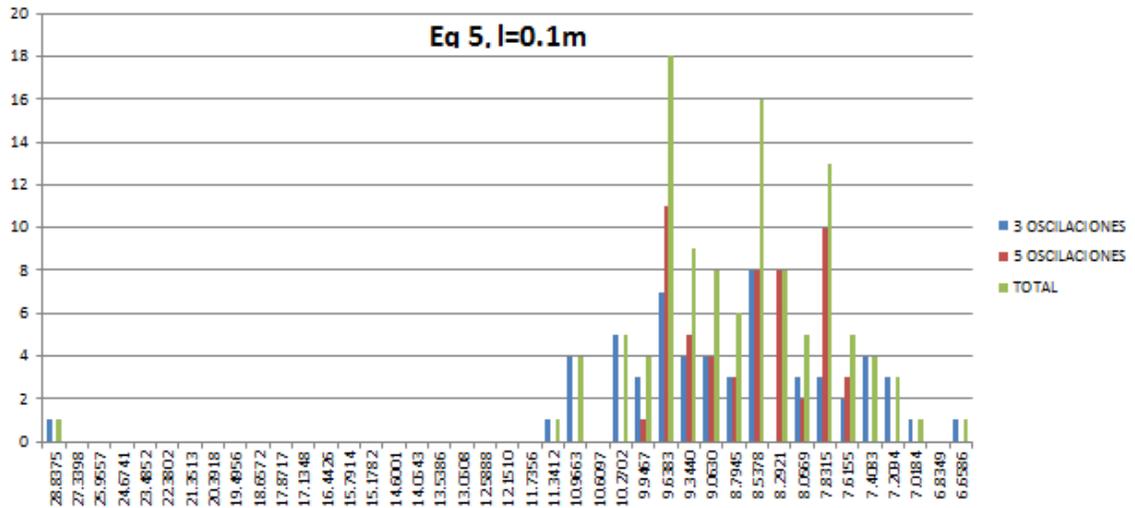


Figura 12: Gráfica de la gravedad con hilo de longitud .1m.Equipo 5.

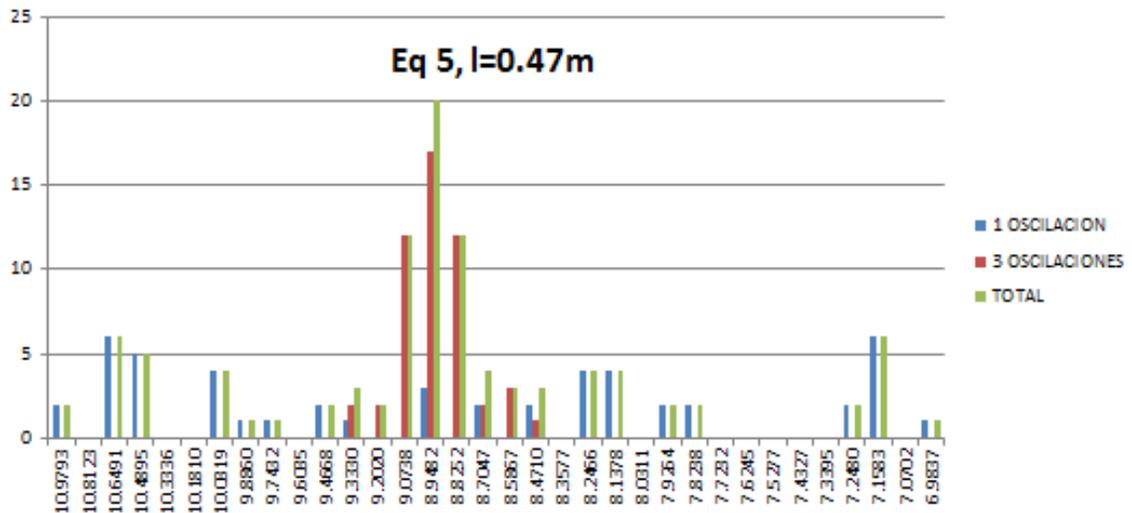
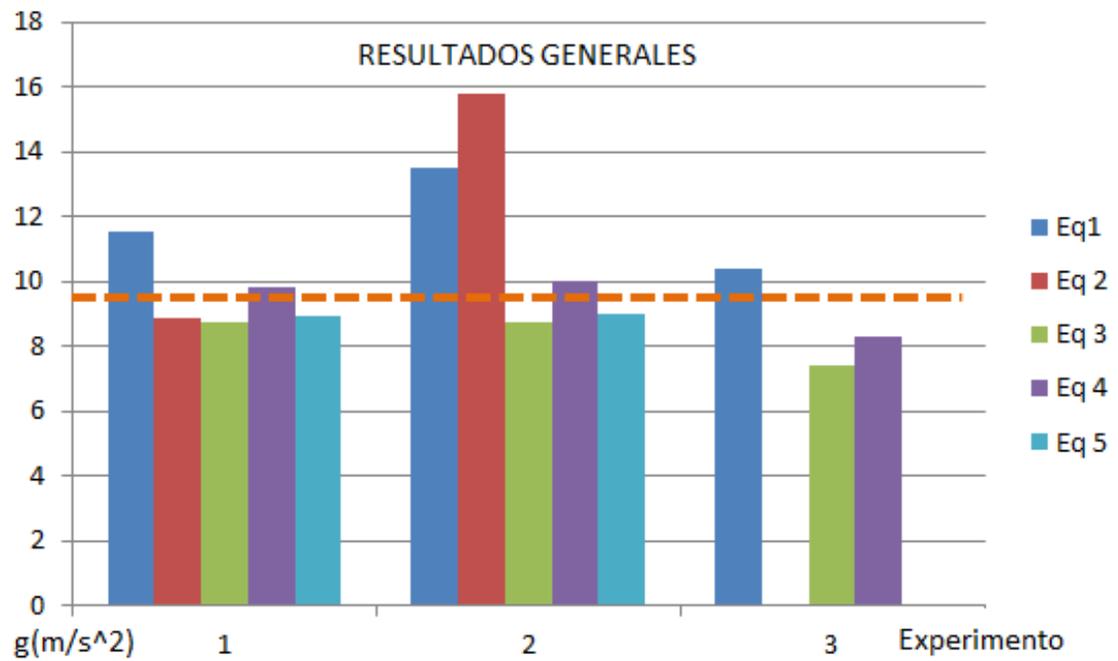
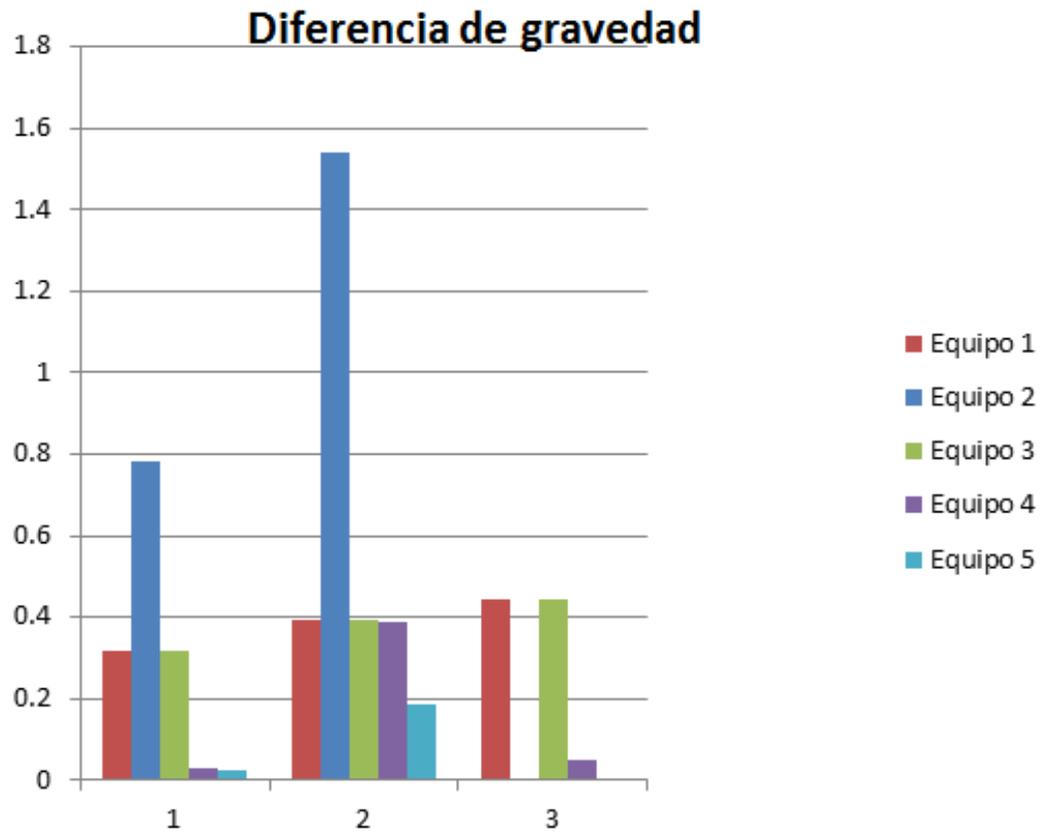


Figura 13: Gráfica de la gravedad con hilo de longitud .47m.Equipo 5.



**Figura 14:** *Gráfica con los resultados de los valores de gravedad de todos los equipos.*



**Figura 15:** *Gráfica de la diferencia de gravedad de todos los equipos.*